湯川ポテンシャルと
強い相互作用

S&S

18Mar.2018

湯川ポテンシャルはクォーク間力同様強い相互作用(強い力) である。それを説明しよう。
湯川ポテンシャルは、

$$V = G\frac{e^{-\mu r}}{r} \tag{1}$$

$$\mu = \frac{M_\pi}{\hbar} \tag{2}$$

$$G = -\frac{g^2}{4\pi} = -0.1\hbar c = -2 \times 10^{-14} MeV \cdot m \tag{3}$$

M_π は π 中間子の質量

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial V}{\partial x} &= \frac{\partial V}{\partial r}\frac{\partial r}{\partial x} \\
&= G\frac{-\mu e^{-\mu r} r - e^{-\mu r}}{r^2}\frac{\partial r}{\partial x} \\
&= -G\frac{\mu r + 1}{r^2} e^{-\mu r}\frac{\partial r}{\partial x} \\
&= -G\left(\mu + \frac{1}{r}\right)\frac{e^{-\mu r}}{r}\frac{\partial r}{\partial x} \\
&= F\frac{\partial r}{\partial x}\left(= F\frac{x}{r}\right)\left(r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}\right)
\end{aligned}
\tag{4}
$$

F は力である (核力)。

$$
F = -G\left(\mu + \frac{1}{r}\right)\frac{e^{-\mu r}}{r} \tag{5}
$$

$$
e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots \tag{6}
$$

$$
e^{-\mu r} = 1 - \mu r + \frac{\mu^2 r^2}{2} - \frac{\mu^3 r^3}{6} + \frac{\mu^4 r^4}{24} + \cdots \tag{7}
$$

r の小さな所では、

$$
e^{-\mu r} = 1 - \mu r \tag{8}
$$

と近似できる。

$$
\begin{aligned}
&\left(\mu+\frac{1}{r}\right)\frac{e^{-\mu r}}{r} \\
&=\left(\frac{1}{r}+\mu\right)\frac{1-\mu r}{r} \\
&=\left(\frac{1}{r}+\mu\right)\left(\frac{1}{r}-\mu\right) \\
&=\frac{1}{r^2}-\mu^2
\end{aligned}
\tag{9}
$$

よって、

$$
\begin{aligned}
F&=-G\left(\frac{1}{r^2}-\mu^2\right) \\
&=\frac{-G}{r^2}+G\mu^2
\end{aligned}
\tag{10}
$$

$\frac{-G}{r^2}$ も $G\mu^2$ も力の次元を持つ。
r の比較的大きな所では、

$$
F=G\mu^2=-2\times10^{-14}\mu^2 MeV\cdot m \tag{11}
$$

クォーク間力同様距離によらず一定の力が働いていることがわかる。
もしくは湯川ポテンシャル V は、

$$V = \int F dr = \frac{G}{r} + G\mu^2 r \tag{12}$$

と表せる。